FS-1112: TERCER PARCIAL

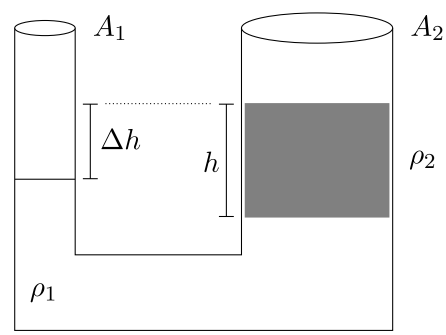
Universidad Simón Bolívar
Enero-Marzo 2017
Sartenejas, 29 de marzo de 2017

Nombre:____. Carnet:__________________. Sección:_______.

Parte I: Selección simple (20 puntos). A continuación se presentan 10 planteamientos de selección simple con un valor de 2 puntos cada uno. Marque con una X la opción que considere correcta de cada planteamiento. Justifique cada una de las respuestas que haya escogido. Una opción marcada sin justificación será considerada como incorrecta. Cada planteamiento tiene una única respuesta correcta. Si marca más de una opción por planteamiento, será considerado como respuesta incorrecta. No hay factor de corrección.

De ser necesario, utilice las aproximaciones 0 °C = 273 K, $R = 8\ \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$.

Un tubo en forma de U tiene dos secciones transversales A_1 y $A_2 = 5A_1$. Inicialmente, un fluido de densidad ρ_1 se encuentra dentro del tubo y a la derecha se vierte otro fluido de densidad $\rho_2 = \frac{1}{4}\rho_1$ que queda flotando encima del primero (ver figura). Se sabe que la diferencia de altura de las interfaces de ambos fluidos es Δh. Con base en esto, responda las siguientes dos preguntas:

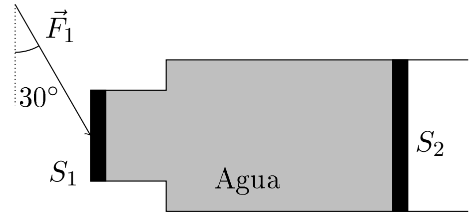


1. (2 pts.) La altura h de la columna de fluido de densidad ρ_2 es:
   ( ) $\frac{5}{4}\Delta h$
   (X) $\frac{4}{3}\Delta h$
   ( ) $\frac{3}{2}\Delta h$
   ( ) $4\Delta h$
   ( ) Ninguna de las anteriores.

2. (2 pts.) Suponga que se coloca un objeto de masa m del lado derecho y este queda flotando sobre el fluido ρ_2. ¿Qué ocurre con la interfaz del fluido a la izquierda?:
   (X) Sube.
   ( ) Baja.
   ( ) Se mantiene igual.
   ( ) El resultado depende de m.
   ( ) Ninguna de las anteriores.

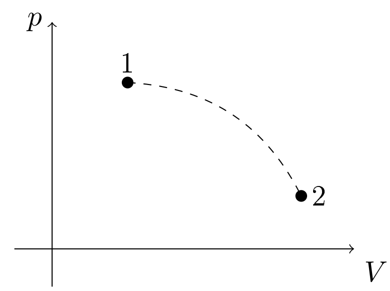
3. (2 pts.) Según la teoría cinética de gases, para un gas ideal contenido en un recipiente ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?:
   ( ) La energía interna del gas depende de la masa molar de las moléculas.
   ( ) Las moléculas del gas se mueven a una rapidez proporcional a la temperatura.
   (X) A mayor temperatura, la frecuencia de las colisiones de las moléculas del gas con el recipiente aumenta.
   ( ) Si el volumen del recipiente disminuye, entonces, la presión del gas debe aumentar.
   ( ) Ninguna de las anteriores.

4. (2 pts.) La figura adjunta muestra una tubería de agua obstruida por un tapón (S_2). Se sabe que para destapar la tubería es necesario aumentar la fuerza sobre el tapón en F_o. Si un plomero empuja en el extremo de área $S_1 = \frac{1}{3}S_2$ con una fuerza $\vec{F_1}$ para aumentar la presión sobre el agua. ¿Cuál será la magnitud de la fuerza mínima requerida para destapar la tubería?



( ) F_o
( ) $\frac{1}{3}F_o$
( ) $3F_o$
(X) $\frac{2}{3}F_o$
( ) Ninguna de las anteriores.

n moles de un gas monoatómico ideal dentro de un pistón son sometidos a un proceso irreversible que llevan al gas del estado 1 al estado 2 señalados en el diagrama $p-V$ adjunto. Se conocen las temperaturas en cada estado T_1 y $T_2 = \frac{1}{2}T_1$ y se sabe que $V_2 = 8V_1$. Con esta información, responda los dos siguientes planteamientos:



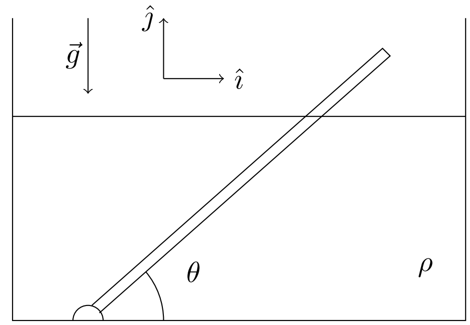
5. (2 pts.) Si el calor absorbido por el gas en el proceso es $Q = \frac{1}{8}nRT_1$, el trabajo realizado por el gas en dicho proceso es:
( ) $\frac{5}{8}nRT_1$
( ) $\frac{3}{4}nRT_1$
(X) $\frac{7}{8}nRT_1$
( ) $-\frac{5}{8}nRT_1$
( ) Ninguna de las anteriores.

6. (2 pts.) La variación de entropía del gas en dicho proceso es:
( ) 0
(X) $\frac{3}{2}\,nR\ln(2)$
( ) $\frac{27}{2}\,nR\ln(2)$
( ) $\frac{3}{2}\,nR\ln(\frac{1}{2})$
( ) Ninguna de las anteriores.

7. (2 pts.) ¿Cuál la relación entre la velocidad cuadrática media del vapor de agua (H_2O) en el aire a $T_1 = 7$ °C y a $T_2 = 147$ °C? v_1 es la velocidad cuadrática media a T_1 y v_2 a temperatura T_2. La masa molar del agua es 18 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
( ) $v_2 = \sqrt{\frac{7}{5}}\,v_1$
(X) $v_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}\,v_1$
( ) $v_2 = \sqrt{21}\,v_1$
( ) $v_2 = \sqrt{\frac{1}{3}}\,v_1$
( ) Ninguna de las anteriores.

8. (2 pts.) 546 gramos de hielo a temperatura de fusión ($T = 0$ °C) se derriten completamente debido a intercambio de calor con el medio ambiente (27 °C). ¿Cuál es la variación de entropía del hielo durante el derretimiento del hielo? El calor latente de fusión por unidad de masa del hielo es $l = 320\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g}}$.
( ) 0
( ) 320 $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$
( ) $-640\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$
(X) 640 $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$
( ) Ninguna de las anteriores.

Una barra cilíndrica de longitud L y área transversal A se encuentra sumergida parcialmente en un fluido de densidad ρ, con un cuarto de su longitud fuera del fluido. La barra se encuentra en equilibrio formando un ángulo θ con la horizontal y su extremo inferior se encuentra conectado a una articulación en el fondo del recipiente que contiene al fluido (ver figura). Desprecie la contribución de la atmósfera.



9. (2 pts.) La fuerza neta ejercida por la articulación sobre la barra es:
(X) $\frac{3}{16}\,LA\rho\vec{g}$
( ) $\frac{1}{4}\,LA\rho g\,(-\mathrm{sen}\theta\,\hat{\imath} + \cos\theta\,\hat{\jmath})$
( ) $\frac{1}{4}\,LA\rho\vec{g}$
( ) $-\frac{4}{9}\,LA\rho\vec{g}$
( ) Ninguna de las anteriores.

10. (2 pts.) Suponga que ahora se añade otro fluido de densidad $\rho_1 < \rho$ en el recipiente (los dos fluidos no se mezclan) de forma que la barra termina completamente sumergida. ¿Qué ocurre con el ángulo (θ) que hace la barra con la horizontal una vez que se restablece la condición de equilibrio?
( ) Disminuye.
(X) Aumenta.
( ) No cambia.
( ) El resultado depende de cuán profunda queda sumergida la barra.
( ) Ninguna de las anteriores.

Parte II: Problema de desarrollo (20 puntos). A continuación se presenta un problema que debe desarrollar. Justifique cada argumento siendo coherente, claro, conciso, ordenado y escribiendo con letra legible.

11. Una máquina térmica consta de un pistón que en su interior contiene n moles de un gas ideal con coeficiente adiabático $\gamma = 2$. El gas se encuentra inicialmente a presión p_o y volumen V_o. La máquina es operada mediante el ciclo de tres procesos cuasiestáticos descritos a continuación:

    1. Se calienta a presión constante hasta duplicar su volumen.
    2. Se retira de toda fuente y se le permite expandir hasta recobrar su temperatura inicial.
    3. Se comprime al gas sin variar su temperatura hasta recobrar las condiciones iniciales.

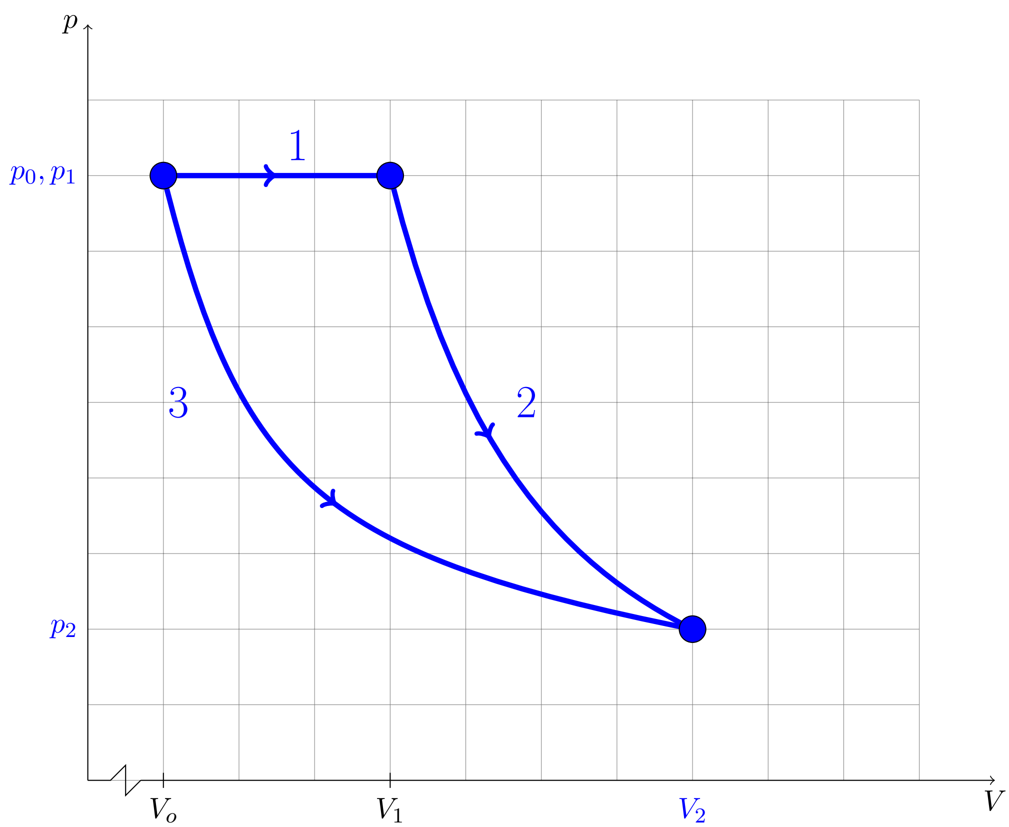
    Utilice subíndices 1 y 2 para denotar las condiciones finales de cada proceso (por ejemplo, p_2, V_2 y T_2 son presión, volumen y temperatura tras el proceso 2, respectivamente) y subíndices 1, 2 y 3 para denotar calores absorbidos, trabajos realizados y variaciones de energía en los respectivos procesos (por ejemplo, W_3 denota el trabajo realizado en el proceso 3). Con esta información:

    (a) (4 pts.) Grafique el diagrama de presión como función del volumen que describe el ciclo que opera a la máquina en el espacio dispuesto para ello. Sea claro señalando puntos relevantes (p_o, V_o, p_1, V_1, p_2 y V_2), numere cada proceso e indique la dependencia de p con V en los procesos 2 y 3.

    (b) (2 pts.) Calcule los calores específicos, c_v y c_p, del gas.

    (c) (2 pts.) Calcule la eficiencia de la Máquina de Carnot que opera entre las dos temperaturas a las que opera la máquina del problema.

    (d) (12 pts.) Llene la tabla que aparece en la siguiente página con las cantidades que se le solicitan. Los resultados deben quedar expresados en función de p_o, V_o, n y R.



	0	1	2	3	Neto
p	p_o	p_o	$\frac{1}{4}p_o$	p_o	$***$
V	V_o	$2V_o$	$4V_o$	V_o	$***$
T	$\frac{p_oV_o}{nR}$	$\frac{2p_oV_o}{nR}$	$\frac{p_oV_o}{nR}$	$\frac{p_oV_o}{nR}$	$***$
W	$***$	p_oV_o	p_oV_o	$-2p_oV_o\ln 2$	$2p_oV_o(1-\ln 2)$
Q	$***$	$2p_oV_o$	0	$-2p_oV_o\ln 2$	$2p_oV_o(1-\ln 2)$
ΔU	$***$	p_oV_o	$-p_oV_o$	0	0
ε	$1-\ln 2$				

Respuestas:

(**a**) $(2) p \propto \frac{1}{V^2}$

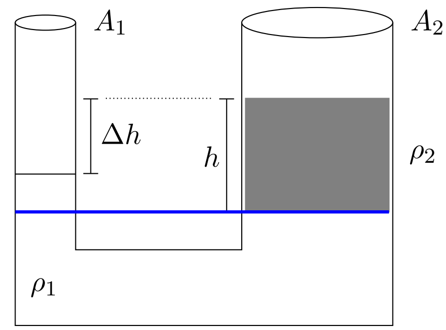
$(3) p \propto \frac{1}{V}$

(**b**) $C_v = R$

$C_p = 2R$

(**c**) $\varepsilon_{Carnot} = \frac{1}{2}$

Explicaciones



1. Al nivel de la línea azul, la presión en ambos líquidos es igual. Tomando en cuenta que la altura del líquido de ρ_1 sobre la línea azul es $h - \Delta h$, tenemos que:

   $$p_o + \rho_1(h - \Delta h) = p_o + \rho_2 h \implies \rho_1 h - \rho_1 \Delta h = \tfrac{1}{4}\rho_1 h \implies \boxed{h = \frac{4}{3}\Delta h}$$

---

2. El nivel del agua forzosamente $\boxed{\text{sube}}$. Al flotar el objeto sobre el agua, el líquido ejerce una fuerza de empuje sobre él, pero por acción y reacción, hay una fuerza que siente el líquido, la cual fuerza al fluido al otro lado a subir.

---

3. Como para un gas ideal, $U = nC_vT$, y la energía interna de los gases se presenta en forma de energía cinética de sus moléculas, a mayor temperatura, mayor energía cinética tendrán las partículas, y por lo tanto, mayor velocidad de traslación. Por esto, como el recipiente mantiene un volumen constante, la frecuencia de las colisiones de las partículas con las paredes aumentarán.

   Por lo tanto, $\boxed{\text{si aumenta la temperatura, aumenta la frecuencia de las colisiones}}$.

---

4. Por Principio de Pascal, cualquier aumento de presión se distribuye uniformemente a través del líquido, por lo tanto:

   $$p_1 = p_2 \implies \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \implies \frac{F_1 \operatorname{sen} 30}{\frac{1}{3}S_2} = \frac{F_o}{S_2} \implies \boxed{F_1 = \frac{2}{3}F_o}$$

---

5. Por primera ley de la termodinámica, $\Delta U = Q - W$. Como tenemos un gas monoatómico ideal $\Delta U = nC_v\Delta T$, donde $C_v = \frac{3}{2}R$, entonces:

   $$W = Q - \Delta U = \frac{1}{8}nRT_1 - \frac{3}{2}nR\left(\frac{1}{2}T_1 - T_1\right) \implies \boxed{W = \frac{7}{8}nRT_1}$$

---

6. Como estamos trabajando con un gas ideal, podemos tomar en cuenta que de la primera y segunda ley, $nC_vdT = TdS - pdV \implies dS = nC_v\frac{dT}{T} + p\frac{dV}{T}$. Tomando en cuenta que $p = \frac{nRT}{V}$ e integrando, tenemos que:

   $$\Delta S = nC_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = \frac{3}{2}nR\ln\left(\frac{\frac{1}{2}T_1}{T_1}\right) + nR\ln\left(\frac{8v_1}{v_1}\right) \implies \boxed{\Delta S = \frac{3}{2}nR\ln 2}$$

---

7. Asumiremos que el vapor de agua se comporta como un gas ideal. De la Teoría cinética de los Gases, tenemos que $v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$, donde M es la masa molar.

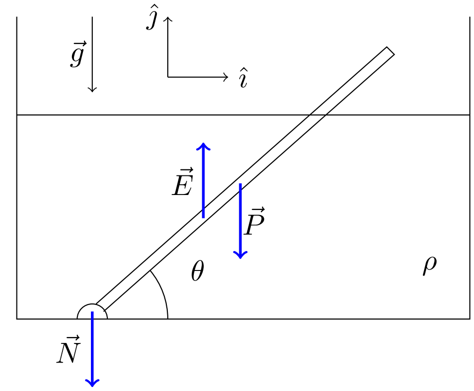
   Nos aseguramos que las temperaturas estén en Kelvins: $T_1 = 273 + 7 = 280$ K y $T_2 = 273 + 147 = 420$ K.

   Entonces $v_1 = \sqrt{\frac{3R(280)}{M}}$ y $v_2 = \sqrt{\frac{3R(420)}{M}}$. Dividimos v_2 entre v_1 para hallar la relación:

   $$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{\frac{3R(420)}{M}}}{\sqrt{\frac{3R(280)}{M}}} \implies \boxed{v_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}v_1}$$

8. Como en el derretimiento la temperatura del hielo no cambia, y recordando que 0^{o} C = 273 K, tenemos que:

$$\Delta S = \int_0^Q \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T}\int_0^Q dQ = \frac{Q}{T} = \frac{ml}{T} = \frac{546 \cdot 320\text{J}}{273\text{K}} \implies \boxed{\Delta S = 640\frac{\text{J}}{\text{K}}}$$



9. El diagrama de fuerzas se encuentra a la derecha. Sabemos que el empuje actuará sobre el centro de la porción sumergida, es decir, a $\frac{3}{4}L \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}L$ del soporte. Como no tenemos la densidad de la barra, tomamos la ecuación de equilibrio del torque respecto al centro de masa de la barra. El punto de efecto del empuje está a $\frac{1}{2}L - \frac{3}{8}L = \frac{1}{8}L$ del centro de masa.

$$\sum \tau^{CM} = \frac{L}{2}\cos\theta N - \frac{L}{8}\cos\theta E = 0 \Rightarrow N = \frac{1}{4}E = \frac{3}{16}ALg$$

Como la normal apunta hacia abajo, al igual que la gravedad, $\boxed{\vec{N} = \frac{3}{16}AL\vec{g}}$.

---

10. $\boxed{\text{Aumenta}}$, pues el líquido proporciona un empuje que ejercerá un torque, rompiendo el equilibrio y forzando a la barra a subir.

11. Notamos que el proceso 1 es isobárico, el 2 es adiabático y el 3 es isotérmico.

(a)

En el proceso 2, $pV^{\gamma} = K$ donde K es una constante. Entonces $p = \dfrac{K}{V^2}$, es decir, $\boxed{p \propto \dfrac{1}{V^2}}$

En el proceso 3, $p = \dfrac{nRT}{V}$, pero nRT permanece contante, por lo que $\boxed{p \propto \dfrac{1}{V}}$.

(b)

Como $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}$ y $C_p = C_v + R$

$2 = \dfrac{C_v + R}{C_v} \implies \boxed{C_v = R}$ y por ende, $C_p = C_v + R = R + R \implies \boxed{C_p = 2R}$

(d)

<u>Variables de estado</u>

El proceso 1 es a presión constante, por lo tanto $\boxed{p_1 = p_o}$.

Recordamos por ecuación de estado que $T = \dfrac{pV}{nR}$, entonces $\boxed{T_o = \dfrac{p_oV_o}{nR}}$ y $\boxed{T_1 = 2\dfrac{p_oV_o}{nR}}$. Además, como el proceso 3 es isotérmico $\boxed{T_2 = T_o = \dfrac{p_oV_o}{nR}}$.

En el proceso adiabático, $TV^{\gamma-1} = k$, donde k es una constante, por lo tanto

$T_1V_1^{2-1} = T_2V_2^{2-1} \Rightarrow 2\dfrac{p_oV_o}{nR}(2V_o) = \dfrac{p_oV_o}{nR}V_2 \Rightarrow \boxed{V_2 = 4V_o}$

De la ecuación de estado obtenemos directamente que $\boxed{p_2 = \dfrac{1}{4}p_o}$.

<u>Proceso 1</u>

Como tenemos un proceso isobárico, el trabajo viene dado por $W_1 = p(V_f - V_i) = p_o(2V_o - V_o) \Rightarrow \boxed{W_1 = p_oV_o}$

El calor viene dado por $Q_1 = nC_p\Delta T = 2nR\left(2\dfrac{p_oV_o}{nR} - \dfrac{p_oV_o}{nR}\right) \Rightarrow \boxed{Q_1 = 2p_oV_o}$

El cambio en la energía interna se halla por primera ley: $\Delta U_1 = Q_1 - W_1 = 2p_oV_o - p_oV_o \Rightarrow \boxed{\Delta U_1 = p_oV_o}$

<u>Proceso 2</u>

$\boxed{Q_2 = 0}$ pues es un proceso adiabático.

El cambio de la energía interna es $\Delta U_2 = nC_v\Delta T = nR\left(\dfrac{p_oV_o}{nR} - 2\dfrac{p_oV_o}{nR}\right) \Rightarrow \boxed{\Delta U_2 = -p_oV_o}$

El trabajo, por primera ley es $W_2 = \cancel{Q_2} - \Delta U_2 \Rightarrow \boxed{W_2 = p_oV_o}$.

<u>Proceso 3</u>

Como es un proceso isotérmico, $\boxed{\Delta U_3 = 0}$.

El trabajo para un proceso isotérmico es $W_3 = nRT\ln\left(\dfrac{V_f}{V_i}\right) = nR\dfrac{p_oV_o}{nR}\ln\left(\dfrac{V_o}{4V_0}\right) \Rightarrow \boxed{W_3 = -2p_oV_o\ln 2}$

Por primera ley, $Q_3 = \cancel{\Delta U_3} + W_3 \Rightarrow \boxed{Q_3 = -2p_oV_o\ln 2}$

Neto

El calor neto es la suma de todos los calores, por lo tanto

$Q_{neto} = Q_1 + \cancel{Q_2} + Q_3 = 2p_oV_o - 2p_oV_o \ln 2 \Rightarrow \boxed{Q_{neto} = 2p_oV_o(1 - \ln 2)}$.

El trabajo neto es la suma de todos los trabajos, es decir

$W_{neto} = W_1 + W_2 + W_3 = p_oV_o + p_oV_o - 2p_oV_o \ln 2 \Rightarrow \boxed{W_{neto} = 2p_oV_o(1 - \ln 2)}$.

Como es un proceso cíclico, $\boxed{\Delta U_{neto} = 0}$.

Eficiencia

La eficiencia del ciclo viene dada por

$$\varepsilon = \frac{W_{neto}}{Q_{abs}} = \frac{2p_oV_o(1 - \ln 2)}{2p_oV_o} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = 1 - \ln 2}$$

(c) La eficiencia de un ciclo de Carnot que trabaja en las temperaturas máximas y mínimas de este proceso sería $\varepsilon_{Carnot} = 1 - \dfrac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \dfrac{\frac{p_oV_o}{nR}}{2\frac{p_oV_o}{nR}} \implies \boxed{\varepsilon_{Carnot} = \dfrac{1}{2}}$.

Este parcial fue suministrado por el Prof. Kevin Ng y resuelto por Jean F. Gómez (15-10581) con asistencia del Prof. Ng para GUIAS USB

gecousb.com.ve
Twitter: @gecousb
Instagram: gecousb

Se agradece notificar cualquier error de tipeo o en las respuestas y qué debería decir a la dirección gecousb@gmail.com